

Robustheit des Delay-and-Sum-Beamformers gegenüber fehlerbehafteten Eingangsgroßen

L. Fräger¹, C.R. Brand, J. Seume

Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik, 30167 Hannover, Deutschland, ¹E-Mail: Laura.Fraeger@gmx.de

Einleitung

In diesem Manuskript werden die Ergebnisse zur Robustheit des Delay-and-Sum-Beamformers (DAS-Beamformers) vorgestellt. Der Algorithmus wird zur Lokalisierung von Schallquellen verwendet, wobei eine möglichst präzise Lokalisierung der Quellen angestrebt wird. Dazu muss meist ein hoher Aufwand für den Versuchsaufbau und die Bestimmung der nötigen Eingangsgroßen für den Algorithmus investiert werden. Wenn die Sensitivität des Algorithmus gegenüber den einzelnen Eingangsgroßen bekannt ist, kann im Aufbau und in der Durchführung der Lokalisierung der Fokus auf die sensitiven Größen gelegt werden. Deshalb ist das Ziel, eine Aussage über die Robustheit des DAS-Beamformers hinsichtlich fehlerbehafteter Eingangsgroßen aus der vorher durchgeführten Sensitivitätsanalyse abzuleiten.

In dem vorliegenden Manuskript werden zunächst die theoretischen Grundlagen des DAS-Beamformers erläutert. Für die Durchführung der Sensitivitätsanalyse wird eine Fehlerkennzahl entwickelt, die die Qualität der Schallquellenlokalisierung mit dem DAS-Beamformer kennzeichnet. Im weiteren Verlauf des Manuskriptes werden die möglichen fehlerbehafteten Eingangsgroßen identifiziert und die Robustheit des DAS-Beamformers hinsichtlich dieser Eingangsgroßen synthetisch untersucht.

Theoretische Grundlagen zum DAS-Beamforming

Zur Lokalisierung von Schallquellen wird gewöhnlich ein Mikrofonarray und ein Beamforming Algorithmus verwendet. Aus dem Laufzeitunterschied, der sich aus den örtlich verteilten Mikrofonen im Array ergibt, wird auf die Position der Schallquelle im Raum geschlossen. Dabei gibt es zur Auswertung der Signale verschiedene Beamforming Algorithmen, wobei der gebräuchteste Algorithmus der des Delay-and-Sum Beamformers (DAS-Beamformer) ist, der auch im hier betrachteten Anwendungsfall eingesetzt und untersucht wird. Im betrachteten Anwendungsfall wird ein 2D Gitterarray als Mikrofonarray verwendet. Die Zuordnung der festen Anzahl an Mikrofonen auf die vorhandenen Gitterfenster im Array erfolgt zufällig (vgl. Abb. 7).

Dafür wird zuerst eine Scanebene definiert, in der die Schallquellen vermutet werden. Im zweiten Schritt des Algorithmus wird nacheinander auf einzelne diskrete Punkte der Scanebene fokussiert. Für jeden Fokuspunkt werden die Schalldrucksignale p_m zeitlich um den Laufzeitunterschied τ_m verzögert ("Delay") und anschließend über alle Mikrofone M aufsummiert ("sum"). Je größer

der Wert der Summe ist, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit des Vorhandenseins einer Schallquelle an dem betrachteten Fokuspunkt.

Die Grundgleichung des DAS-Beamformers im Zeitbereich ist nach Möser (2010)

$$s(t, \vartheta) = \sum_{m=1}^M p_m(t - \tau_m(\vartheta)) \quad (1)$$

mit dem Laufzeitunterschied

$$\tau_m = \frac{\cos(\vartheta) \cdot x_m}{c}, \quad (2)$$

wobei sich der Eintrittswinkel des Schalls der Schallquelle ϑ aus dem Fokuspunkt ergibt (s. Abb. 1).

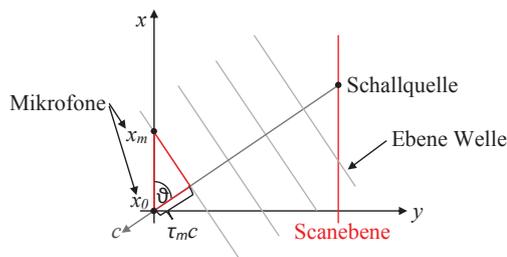


Abbildung 1: Laufzeitunterschied beim Beamforming

Aus Gl. (1) und (2) wird ersichtlich, dass drei Größen die Genauigkeit der Schallquellenlokalisierung festlegen. Diese drei Größen sind die Schallgeschwindigkeit c , die einzelnen Mikrofonkoordinaten x_m und der angenommene Abstand der Scanebene zum Mikrofonarray, welcher den Eintrittswinkel ϑ des Schalls beeinflusst (vgl. Abb. 1).

Methodik der Überprüfung der Robustheit des DAS-Beamformers

Die Robustheit des DAS-Beamformers wird genauer untersucht. Dafür muss zunächst eine Kennzahl definiert werden, die eine Bewertung der Abweichung der Schallquellenortung mit dem DAS-Beamformer zur wahren Position der Quelle angibt. Die Robustheit des DAS-Beamformers wird dann in Abhängigkeit verschiedener fehlerbehafteter Eingangsgroßen untersucht werden.

Dafür werden zwei Fehlerkennzahlen vorgeschlagen. Die eine Fehlerkennzahl

$$f = \sqrt{(x^* - x_0)^2 + (y^* - y_0)^2 + (z^* - z_0)^2} \quad (3)$$

ist der sich aus dem Betrag des Abstandsvektors von der wahren Schallquellenposition (x^*, y^*, z^*) zu der durch

den DAS-Beamformer georteten Schallquellenposition (x_0, y_0, z_0) ergebende Abstand (vgl. Abb. 2). Die Kennzahl wird im Folgenden als absoluter Fehler bezeichnet.

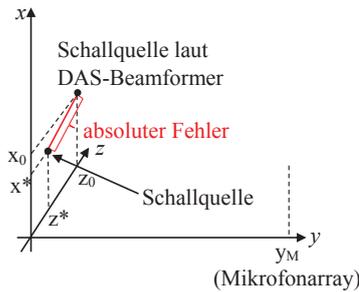


Abbildung 2: Absoluter Fehler als Fehlerkennzahl

Die andere Fehlerkennzahl

$$\Delta\varphi_{ges} = \sqrt{(\Delta\varphi_t)^2 + (\Delta\varphi_r)^2}, \quad (4)$$

ist der sogenannte Winkelfehler, der sich aus dem Winkel zwischen wahrer Schallquelle und vom DAS-Beamformer georteten Schallquelle in tangentialer Richtung

$$\Delta\varphi_t = \arctan\left(\frac{z_0}{x_0}\right) - \arctan\left(\frac{z^*}{x^*}\right) \quad (5)$$

und in radialer Richtung

$$\Delta\varphi_r = \arctan\left(\frac{\sqrt{z_0^2 + x_0^2}}{y_0}\right) - \arctan\left(\frac{\sqrt{z^{*2} + x^{*2}}}{y^*}\right). \quad (6)$$

ergibt (vgl. Abb. 3).

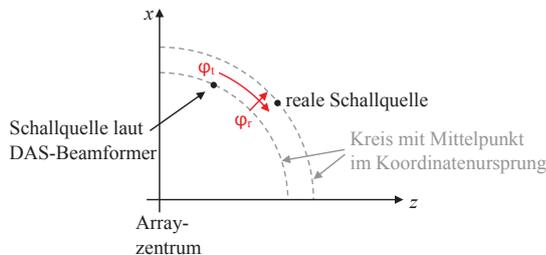


Abbildung 3: Richtung des radialen bzw. tangentialen Winkels in der Fehlermessung durch Winkel

Mögliche fehlerbehaftete Eingangsgrößen des DAS-Beamformers

Insgesamt wird die Robustheit anhand des Einflusses dreier Eingangsgrößen auf die Genauigkeit der Lokalisierung untersucht.

Die erste Größe ist der Abstand zwischen dem Array und der Scanebene. Auf Basis des Abstands wird im DAS-Beamformer aus dem bestimmten Eintrittswinkel des Schalls der Schallquelle auf die räumliche Position der Schallquelle geschlossen. Die Koordinate des Schalls in x-Richtung

$$x = \frac{y}{\tan(\vartheta)} \quad (7)$$

ergibt sich aus der Koordinate der Schallquelle in y-Richtung (y) und dem Eintrittswinkel des Schalls ϑ (vgl. Abb. 1). Ist die Lage der Scanebene (y entspricht dem Abstand zwischen dem Array und der Scanebene) fehlerbehaftet, wird auch die Koordinate der Lage der Schallquelle in x-Richtung (x) fehlerhaft berechnet.

Die zweite Größe ist die Schallgeschwindigkeit. Eine Abweichung der angenommenen Schallgeschwindigkeit c_0 von der wahren Schallgeschwindigkeit c^* hat zur Folge, dass der Zeitversatz

$$\tau_m = \frac{\cos(\vartheta) \cdot x_m}{c} \quad (8)$$

auf dessen Basis die Signale im DAS-Beamformer verzögert werden, falsch berechnet wird. Das kann zu einer fehlerhaften Schallquellenortung führen. Nach Gunther (2012) ändert sich die Schallgeschwindigkeit c in Luft linear mit der Temperatur T in Grad Celsius

$$c(T) = 332 \text{ m/s} + 0,61 \cdot T \text{ m/s} \cdot ^\circ\text{C}. \quad (9)$$

Die Gl. (9) ist eine Regressionsgerade, die das wahre Verhalten der Schallgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur näherungsweise beschreibt. In Messhallen kann es über das Jahr verteilt zu Temperaturen zwischen etwa 10°C und 25°C kommen. Im Freien kann der Bereich noch größer sein. So kann die Schallgeschwindigkeit c in Messhallen um etwa $\Delta c = 10 \text{ m/s}$ variieren, so dass die im Algorithmus vorgegebene Schallgeschwindigkeit von $c_0 = 343 \text{ m/s}$ von der wahren Schallgeschwindigkeit c^* abweicht.

Als dritte Größe werden die Mikrofonpositionen genauer betrachtet. Meistens werden die Mikrofone in Mikrofonarrays manuell angebracht. Dabei passieren Anordnungsfehler, die zu einer Abweichung des vom Algorithmus des DAS-Beamformer angenommenen Mikrofonabstandes x_{m0} und dem wahren Mikrofonabstand x_m^* führen. Die Zeitverzögerung

$$\tau_m = \frac{\cos(\vartheta) \cdot x_m}{c} \quad (10)$$

ist abhängig von dem Abstand zweier betrachteter Mikrofone x_m . Durch einen fehlerbehafteten Wert für den Abstand des Mikrofons x_m zu einem zweiten Mikrofon wird der Laufzeitunterschied τ_m , um den ein Signal verzögert an einem Mikrofon verglichen mit dem gleichen Signal an einem zweiten Mikrofon ankommt, falsch bestimmt. Die Zeitverzögerung stimmt nicht mehr mit dem wahren Wegunterschied überein, wodurch die Schallquellenortung fehlerbehaftet sein kann.

Ergebnisse der Untersuchung der Robustheit des DAS-Beamformers

Im Folgenden wird die Robustheit des DAS-Beamformers gegenüber den genannten möglicherweise fehlerbehafteten Eingangsgrößen untersucht. Zur Untersuchung der Robustheit ist mit der Software MATLAB ein synthetischer Beamformingcode angepasst worden, mit dem synthetische Versuchsreihen erstellt werden können, in denen

der Fehler der einzelnen Eingangsgrößen variiert wird. Für verschieden große Fehler in der jeweiligen Eingangsgröße wird die Schallquelle an verschiedenen Positionen entlang der x-Achse x^* und z-Achse z^* positioniert (Richtung der Achsen: vgl. Abb. 2). Die einzelnen Fehler in der Schallquellenortung in Abhängigkeit vom Fehler in der Eingangsgröße und von der Position der Schallquelle werden mit Hilfe des absolute Fehlers F und des Winkelfehlers $\Delta\varphi$ (vgl. Gl. (2), (4)) verglichen und bewertet. Die Frequenz der Schallquelle ist konstant auf 2500Hz festgelegt. Eine Untersuchung der Robustheit des DAS-Beamformers mit anderen Frequenzen der Schallquelle ergab keine signifikante Abweichung von den hier vorgestellten Ergebnissen.

Robustheit des DAS-Beamformers gegenüber einer fehlerhaft positionierten Scanebene

Die angenommene Lage der Scanebene sei y_0 , die wahre Lage der Scanebene sei $y^* = 0,68\text{cm}$. Die Untersuchung der Robustheit ergibt eine Abweichung der Schallquellenortung von der wahren Schallquellenposition in y-Richtung. Der absolute Fehler F nimmt Werte an, um den die Lage der Scanebene falsch ist (vgl. Abb. 4). Der nicht exakt symmetrische Verlauf des absoluten Fehlers ist in der unsymmetrischen Belegung des Arrays mit Mikrofonen begründet (vgl. Abb. 7).

Der Winkelfehler φ bleibt nahezu konstant über verschiedene Größen des Fehlers der Lage der Scanebene (vgl. Abb. 5). Der Eintrittswinkel des Schalls wird also auch für eine falsch angenommene Scanebene weiterhin richtig bestimmt. Erst die Umrechnung vom Eintrittswinkel auf die Schallquellenposition über Gl. (7) mit Hilfe des Abstandes der Scanebene vom Mikrofonarray und der Tangensfunktion ergibt einen Fehler.

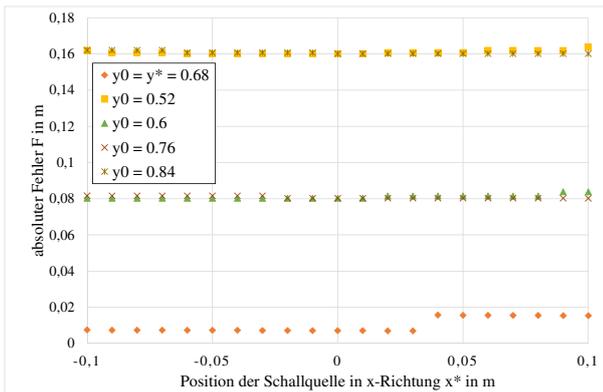


Abbildung 4: Absolute Fehler F in Abh. von x^* und y_0 , $y^* = 0,68\text{cm}$, $z^* = 0$

Robustheit des DAS-Beamformers gegenüber einer fehlerhaft angenommenen Schallgeschwindigkeit

Die Untersuchung zeigt keine signifikante Abweichung der Schallquellenortung von der wahren Schallquellenposition für den Wertebereich der Schallgeschwindigkeit von $+5^\circ\text{C}$ bis $+30^\circ\text{C}$. Diese Ergebnis ergab sowohl die Unter-

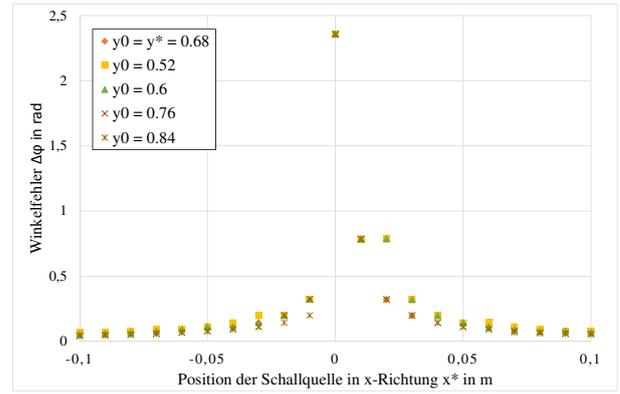


Abbildung 5: Winkelfehler $\Delta\varphi$ in Abh. von x^* und y_0 , $y^* = 0,68\text{cm}$, $z^* = 0$

suchung der Robustheit mit Hilfe des absoluten Fehlers F (vgl. Abb. 6) als auch mit dem Winkelfehler $\Delta\varphi$.

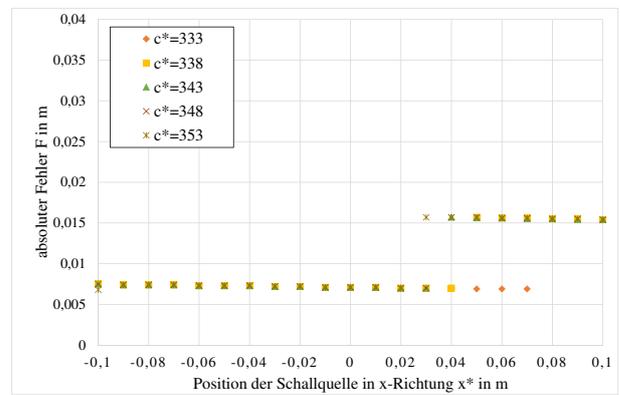


Abbildung 6: Absolute Fehler F in Abh. von x^* und c_0 , $c^* = 343\text{m/s}$, $z^* = 0$

Robustheit des DAS-Beamformers gegenüber fehlerhaft positionierten Mikrofonen im Array

Im Anwendungsfall ist das Mikrofonarray in einzelne quadratische Gitterfenster mit einer Höhe von 5 cm aufgeteilt. Die feste Anzahl an Mikrofonen wird auf diese Gitterfenster zufällig aufgeteilt (vgl. Abb. 7). Unter der Voraussetzung, dass die Mikrofone zumindest im richtigen Gitterfenster des Arrays angebracht sind, ergibt sich im Anwendungsfall eine maximal zulässige Abweichung von 2,5cm in x- oder z-Richtung (50% der Gitterfensterbreite). Deshalb wird im Folgenden eine Abweichung der Position der Mikrofone von 2,5cm in positive x-Achse betrachtet. Der Anteil der fehlerhaft positionierten Mikrofone wird variiert. Außerdem wird weiterhin die Position der Schallquelle in x- und z-Richtung verändert.

In Abb. 8 ist der absolute Fehler in Abhängigkeit von der Position der Schallquelle in x-Richtung und dem Anteil der fehlerhaft positionierten Mikrofone dargestellt. In Abb. 9 wird die Position der Schallquelle in z-Richtung variiert. Ein maximaler absolute Fehler von etwa 3,8cm ist zu erkennen, der 76% der Gitterfensterbreite entspricht.

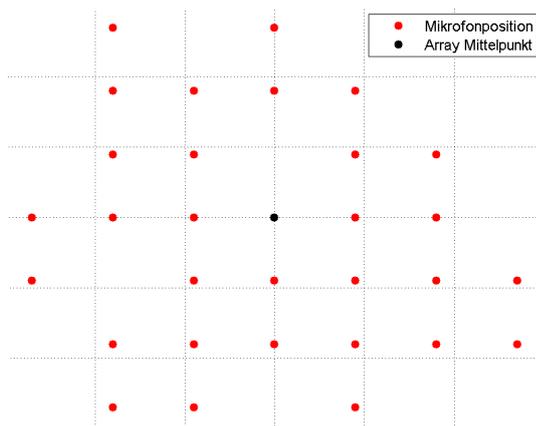


Abbildung 7: Verteilung der festen Anzahl von Mikrofonen in der vorliegenden Sensitivitätsanalyse

In Abb. 10 ist der Winkelfehler in Abhängigkeit von der Position der Schallquelle in z-Richtung und dem Anteil der fehlerhaft positionierten Mikrofone dargestellt. Im Unterschied zu den Ergebnissen der bisherigen Analyse der Fehlereinflüsse von Scanebene und Schallgeschwindigkeit nimmt nun auch der Winkelfehler verschiedene Werte für verschieden starke Fehler an. Wenn die Position der Mikrofone fehlerbehaftet ist, wird also der Eintrittswinkel des Schalls fehlerhaft bestimmt. Im Gegensatz zur Scanebene ist keine nachträgliche Korrektur der Schallquellenortung möglich.

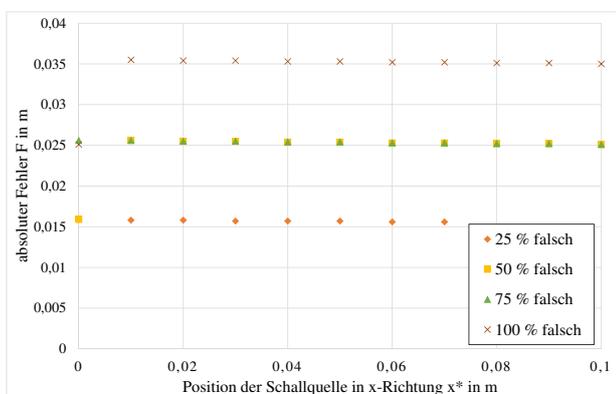


Abbildung 8: Absoluter Fehler F in Abh. von x^* und dem Anteil der fehlerhaft positionierten Mikrofone, $z^* = 0$

Schlussfolgerungen

Die Robustheit des DAS-Beamformers wird für drei möglicherweise fehlerbehaftete Eingangsgrößen untersucht.

Die Analyse der Robustheit hinsichtlich einer fehlerhaft angenommenen Scanebene ergibt einen absoluten Fehler der Schallquellenortung in der Größenordnung des Wertes, um den die Lage der Scanebene falsch ist. Der Winkelfehler bleibt nahezu konstant für verschiedene Fehler in der Position der Scanebene. Der Algorithmus des DAS-Beamformers bestimmt somit den Eintrittswinkel des Schalls der zu ortenden Schallquelle für eine fehlerhaft angenommene Scanebene weiterhin korrekt. Die not-

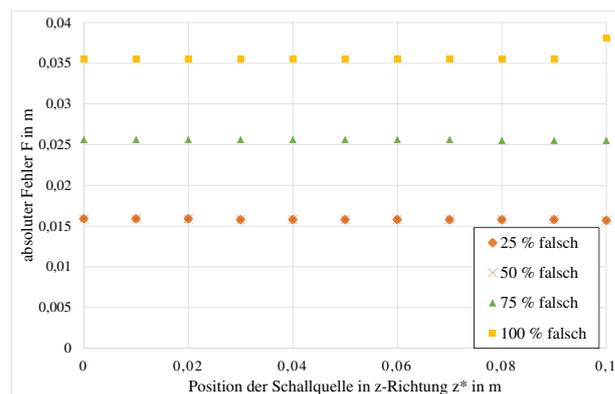


Abbildung 9: Absoluter Fehler F in Abh. von z^* und dem Anteil der fehlerhaft positionierten Mikrofone, $x^* = 0$

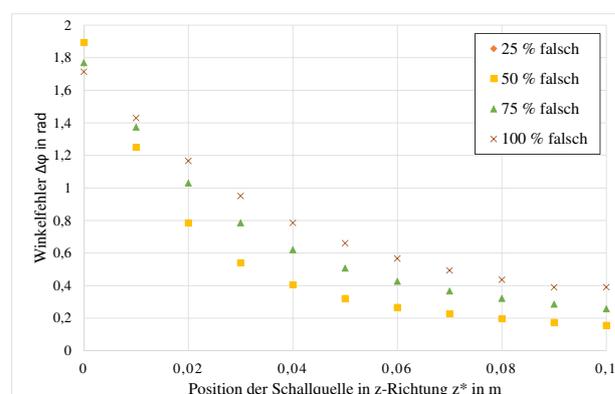


Abbildung 10: Winkelfehler $\Delta\varphi$ in Abh. von z^* und dem Anteil der fehlerhaft positionierten Mikrofone, $x^* = 0$

wendige Genauigkeit der Lage der Scanebene ist gleich der notwendigen Genauigkeit der Ortung der Schallquelle.

Eine fehlerbehaftete Schallgeschwindigkeit zeigt keinen signifikanten Einfluss auf die Genauigkeit der Schallquellenortung. Der DAS-Beamformer ist also robust gegenüber einer fehlerbehafteten Schallgeschwindigkeit im untersuchten Bereich.

Eine fehlerhafte Positionierung der Mikrofone hingegen hat sowohl einen absoluten Fehler als auch einen Winkelfehler zur Folge. Der absolute Fehler erreicht für einen Anteil von 100% fehlerhaft positionierter Mikrofone Werte von bis zu 3,8cm. Allerdings stellt dieses lediglich einen Extremfall dar, der in der Praxis weitestgehend ausgeschlossen werden kann.

Der DAS-Beamformer erweist sich somit als sehr robust gegenüber fehlerbehafteten Eingangsgrößen.

Literatur

[1] Gunther, L.: The Physics of Music and Color. Springer, Heidelberg, 2012
 [2] Möser, M.: Messtechnik der Akustik. Springer, Heidelberg, 2010